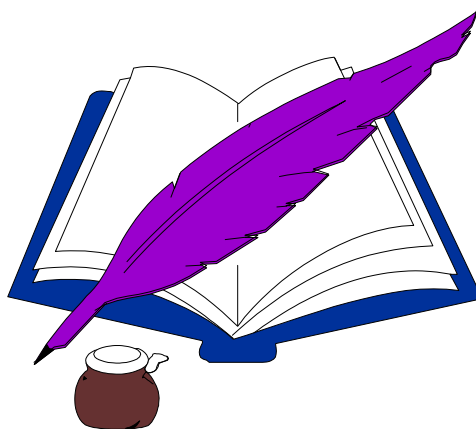


(LƯU HÀNH NỘI BỘ)

# TÀI LIỆU ÔN TẬP HỌC KỲ I

Môn: Toán – Khối: 11 – Ban: Tự nhiên



**Giáo viên soạn: Nguyễn Thanh Dũng**

*Eakar, tháng 12 năm 2010*

## LỜI NÓI ĐẦU

*Tài liệu này giúp các em học sinh lớp 11 (ban tự nhiên) hệ thống lại các kiến thức cơ bản đã học trong học kỳ 1, đồng thời cũng là một tài liệu ôn tập chuẩn bị cho kiểm tra học kỳ 1.*

*Phần lý thuyết trong tài liệu này không nêu chi tiết, chỗ nào quên các em phải xem lại trong sách giáo khoa. Phần bài tập tương đối đầy đủ các dạng, các em nên cố gắng làm hết.*

*Hy vọng tập tài liệu nhỏ này sẽ có ích cho các em trong việc hệ thống lại kiến thức đã học, cũng như góp thêm một lựa chọn nữa trong việc tìm tài liệu ôn tập chuẩn bị kiểm tra học kỳ 1.*

*Chúc các em đạt kết quả như mong muốn!*

*Eakar, tháng 12 năm 2010*

***Nguyễn Thanh Dũng***

# ĐẠI SỐ VÀ GIẢI TÍCH

## Vấn đề 1: Lượng giác

### I. Kiến thức cần nắm

- + Tập xác định, sự biến thiên và đồ thị của các hàm số lượng giác.
- + Nhận dạng và cách giải các phương trình lượng giác loại “mẫu mực”
- + Nhận dạng và có kỹ năng biến đổi phương trình chưa “mẫu mực” về dạng “mẫu mực”

### II. Các dạng toán cần luyện

- + Tìm tập xác định và vẽ đồ thị các hàm lượng giác
- + Tìm GTLN, GTNN của các hàm lượng giác
- + Giải phương trình lượng giác

### III. Bài tập ôn

**Bài 1:** Tìm tập xác định của hàm số sau

$$a) y = \frac{2 - \cos x}{1 + \tan\left(x - \frac{\pi}{3}\right)} \quad b) y = \frac{\tan x + \cot x}{1 - \sin 2x} \quad c) y = \sqrt{\frac{1 - \sin x}{1 + \sin x}}$$

**Bài 2:** Cho hàm  $f(x) = 2 \sin 2x$ .

- a) Cmr: với mọi số nguyên  $k$  ta luôn có  $f(x + k\pi) = f(x), \forall x \in \mathbb{R}$
- b) Lập bảng biến thiên của hàm  $f(x)$  trên  $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$
- c) Vẽ đồ thị hàm số  $f(x) = 2 \sin 2x$

**Bài 3:** Tìm GTLN, GTNN của hàm số sau

$$a) y = 2 \cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right) - 1 \quad b) y = 2 \sin^2 2x + \sin 2x \cos 2x - \cos^2 2x$$

$$c) y = \frac{\sin x + \cos x - 2}{\sin x - \cos x - 3} \quad d) y = \frac{\cos x}{\sin x + 2}$$

**Bài 4:** Giải các phương trình sau

$$a) \cos 2x - 3 \sin x + 2 = 0 \quad b) \sin^2 x - \cos x + 1 = 0 \quad c) 4 \sin^2 2x - 8 \cos^2 x + 3 = 0$$

$$d) \tan x - \cot x = \frac{3}{2} \quad e) \frac{1}{\sin^2 x} = \cot x + 3 \quad f) \cos^2 x + \sin x + 1 = 0$$

$$g) \sin^4 x + \cos^4 x - 2 \sin 2x + \frac{3}{4} \sin^2 2x = 0 \quad h) \sin^3 x + 3 \sin^2 x - 2 \sin x = 0$$

$$i) \cos 5x \cdot \cos x = \cos 4x \cdot \cos 2x + 3 \cos^2 x + 1 \quad k) \sin 3x + 3 \sin x - 6 \cos^2 x + 2 = 0$$

**Bài 5:** Giải các phương trình sau

$$a) \sqrt{3} \sin x - \cos x = \sqrt{2} \quad b) \sin 8x - \cos 6x = \sqrt{3} (\sin 6x + \cos 8x)$$

$$c) \sin x + \cos x = 2\sqrt{2} \sin x \cdot \cos x \quad d) 2 \sin\left(\frac{\pi}{4} + x\right) + \sin\left(\frac{\pi}{4} - x\right) = \frac{3\sqrt{2}}{2}$$

$$e) 2 \sin^2 x + \sqrt{3} \sin 2x = 3 \quad f) 3 \cos x - 4 \sin x + \frac{2}{3 \cos x - 4 \sin x + 6} = 3$$

**Bài 6:** Tìm điều kiện để phương trình sau có nghiệm

$$a) \cos x + \sin x = m \quad b) (3m + 2) \sin x + \sqrt{3} \cos x - 2(m - 1) = 0$$

$$c) \cos\left(\frac{\pi}{3} + x\right) + m \cos\left(x - \frac{\pi}{6}\right) - 1 = 0$$

**Bài 7:** Giải phương trình sau

a)  $3\sin^2 x + 8\sin x \cos x + 4\cos^2 x = 0$       b)  $\cos^2 x - \cos x \sin x = \sqrt{3} \sin x (\cos x - \sin x)$

**Bài 8:** Giải và biện luận phương trình sau

a)  $3\cos^2 x - \sin x \cos x + 3 - m = 0$       b)  $m \sin^2 x + \sin 2x - \cos^2 x = 1$

**Bài 9:** Cho phương trình  $(2\sin x - 1)(2\cos 2x + 2\sin x + m) = 3 - 4\cos^2 x$ . Tìm  $m$  để phương trình có hai nghiệm thỏa  $0 \leq x \leq \pi$ .

**Bài 10:** Giải các phương trình sau

a)  $2(\sin x + \cos x) + 6\sin x \cos x - 2 = 0$       b)  $\frac{1}{\sin x} + \frac{1}{\cos x} = 2\sqrt{2}$   
 c)  $\sin x - 2\sin 2x = \frac{1}{2} - \cos x$       d)  $\sin x + \sqrt{2} \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = 1$   
 e)  $2\sin x - 3\sqrt{6}|\sin x + \cos x| + 8 = 0$       f)  $1 + \sin x + \cos x = 2\cos\left(\frac{x}{2} - \frac{\pi}{4}\right)$

**Bài 11:** Giải các phương trình sau

1)  $\sin x + \sin 2x + \sin 3x = 0$       2)  $\sin x + \sin 2x + \sin 3x = \sqrt{3}(\cos x + \cos 2x + \cos 3x)$   
 3)  $\cos x + \cos 3x + \cos 5x = 0$       4)  $1 + 2\sin x + \cos 3x = 2\cos x \cdot \cos 2x$   
 5)  $\cos 2x - \cos 8x + \cos 6x = 1$       6)  $2\sin x \cdot \cos 2x + 2\cos 2x = 1 + \sin x$   
 7)  $(2\sin x - 1)(2\cos 2x + 2\sin x + 1) = 3 - 4\cos^2 x$       8)  $\sin 2x + \tan x = 2$   
 9)  $\sin x(1 + \cos x) = 1 + \cos x + \cos^2 x$       10)  $\cos 7x + \sin 8x = \cos 3x - \sin 2x$   
 11)  $\cos 3x - \cos 8x + \cos 5x = 1$       12)  $1 + 2\sin x \cdot \cos 2x = \sin x + 2\cos 2x$

**Bài 12:** Giải các phương trình sau

1)  $\sin^2 x - \sin^2 2x + \sin^2 3x = \frac{1}{2}$       2)  $\sin^4 x + \frac{5}{3}\cos^4 x = 1$   
 3)  $\sin^2 x - \sin^2 2x + \sin^2 3x + \sin^2 4x = 2$       4)  $2\sin^6 x + \cos^4 x - \cos 2x = 0$   
 5)  $\sin^6 x + \cos^6 x = \sin^4 x + \cos^4 x$       6)  $\sin x + 2 + \tan \frac{x}{2} = 0$   
 7)  $\sin 2x + \cos 2x + \tan x = 2$       8)  $2\cos^6 x + \sin^4 x + \cos 2x = 0$   
 9)  $\sin x + \cot \frac{x}{2} = 2$

**Bài 13:** Giải các phương trình sau

a)  $2\sin^2 \frac{x}{3} = x^2 - 2x + 3$       b)  $3\cos^2 x + 1 = \sin^2 10x$   
 c)  $\sin^2 x + \frac{4}{\sin^2 x} + \sin x + \frac{2}{\sin x} + 2 = 0$

**Bài 14:** Giải các phương trình sau

a)  $\frac{2(\cos^6 x + \sin^6 x) - \sin x \cos x}{\sqrt{2} - 2\sin x} = 0$       b)  $\sin \frac{7x}{2} \cos \frac{3x}{2} + \sin \frac{x}{2} \cos \frac{5x}{2} + \sin x \cos 7x = 0$   
 c)  $\frac{1}{\sin x} + \frac{1}{\sin\left(x - \frac{3\pi}{2}\right)} = 4\sin\left(\frac{7\pi}{4} - x\right)$       d)  $\frac{\cos x - \sin 2x}{2\cos^2 x - \sin x - 1} = \sqrt{3}$   
 e)  $\sin^3 x - \sqrt{3}\cos^3 x = \sin x \cos^2 x - \sqrt{3}\sin^2 x \cos x$

## Vấn đề 2: Giải tích tổ hợp

### I. Kiến thức cần nắm

- +) Hai quy tắc đếm
- +) Định nghĩa - công thức tính số hoán vị, chỉnh hợp, tổ hợp và sự khác nhau giữa chúng.
- +) Công thức khai triển nhị thức Niuton

### II. Các dạng toán cần luyện

- +) Bài toán đếm, sắp xếp
- +) Giải phương trình, bất phương trình, hệ phương trình có chứa  $P_n, A_n^k, C_n^k$
- +) Tìm hệ số, số hạng trong khai triển nhị thức Niuton

### III. Bài tập ôn

**Bài 1:** Giải các phương trình, bất phương trình, hệ phương trình sau

$$\begin{array}{lll} \text{a) } 72A_x^1 - A_{x+1}^3 = 72 & \text{b) } \frac{A_n^4}{A_{n+1}^3 - C_n^{n-4}} = \frac{24}{23} & \text{c) } \frac{P_{x+3}}{A_x^5 P_{x-5}} = 720 \\ \text{d) } C_{x-1}^4 - C_{x-1}^3 - \frac{5}{4} A_{x-2}^2 < 0 & \text{e) } \frac{A_{x+4}^4}{(x+2)!} < \frac{143}{4P_x} & \text{f) } 8C_{108}^n < 3C_{105}^{n+1} \\ \text{g) } \begin{cases} 2A_x^y + 5C_x^y = 90 \\ 5A_x^y - 2C_x^y = 80 \end{cases} & \text{h) } \begin{cases} (C_x^{x-1})^2 + 2(C_y^{y-1})^2 = 3A_x^{x-1} C_y^{y-1} \\ 2(C_x^{x-1})^3 = A_y^{y-1} + 1 \end{cases} \end{array}$$

**Bài 2:** Cho tập  $A = \{1; 2; 3; 4; 5; 7; 8\}$ .

- a) Có bao nhiêu số tự nhiên gồm 6 chữ số được tạo nên từ  $A$
- b) Có bao nhiêu số tự nhiên gồm 6 chữ số khác nhau đôi một được tạo nên từ  $A$
- c) Có bao nhiêu số tự nhiên chẵn gồm 6 chữ số khác nhau đôi một được tạo nên từ  $A$
- d) Có bao nhiêu số tự nhiên gồm 6 chữ số khác nhau đôi một chia hết cho 5 được tạo nên từ các chữ số trong tập  $A$ .

**Bài 3:** Cho tập  $A = \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 7; 8\}$ .

- a) Có bao nhiêu số tự nhiên gồm 6 chữ số được tạo nên từ  $A$
- b) Có bao nhiêu số tự nhiên gồm 6 chữ số khác nhau đôi một được tạo nên từ  $A$
- c) Có bao nhiêu số tự nhiên chẵn gồm 6 chữ số khác nhau đôi một được tạo nên từ  $A$
- d) Có bao nhiêu số tự nhiên gồm 6 chữ số khác nhau đôi một chia hết cho 5 được tạo nên từ các chữ số trong tập  $A$ .

**Bài 4:** Cho tập  $A = \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 7; 8\}$ . Có bao nhiêu số tự nhiên gồm 6 chữ số khác nhau đôi một chia hết cho 5 và luôn có mặt chữ số 0 được tạo nên từ các chữ số trong tập  $A$ .

**Bài 5:** Từ năm chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 5, 7 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm bốn chữ số khác nhau và không chia hết cho 5.

**Bài 6:** Có bao nhiêu số tự nhiên trong đó các chữ số khác nhau, nhỏ hơn 10000 được tạo nên từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 4.

**Bài 7:** Cho tập  $A = \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6\}$ .

a) Có bao nhiêu số tự nhiên có bốn chữ số đôi một khác nhau sao cho: chữ số 1 luôn có mặt đúng một lần và các số đều là số lẻ được tạo nên từ  $a$ .

b) Có bao nhiêu số tự nhiên gồm năm chữ số đôi một khác nhau sao cho: các số bắt đầu bằng chữ số chẵn, kết thúc là các chữ số lẻ được tạo từ tập  $A$ .

**Bài 8:** Huyện Eakar có thể cấp được bao nhiêu số điện thoại bắt đầu bằng 3 626.

**Bài 9:** Từ tám chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm bốn chữ số khác nhau và không chia hết cho 10.

**Bài 11:** Có bao nhiêu số tự nhiên gồm sáu chữ số khác nhau sao cho trong các chữ số đó có mặt chữ số 0 và 1.

**Bài 12:** Từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có sáu chữ số khác nhau đôi một sao cho:

- a) Hai số 1 và 6 đứng cạnh nhau
- b) Hai số 1 và 6 không đứng cạnh nhau

**Bài 13:** a) Có bao nhiêu số tự nhiên chẵn gồm sáu chữ số khác nhau đôi một trong đó chữ số đầu tiên là chữ số lẻ.

b) Có bao nhiêu số tự nhiên gồm sáu chữ số khác nhau đôi một trong đó có đúng ba số tự nhiên lẻ và ba số tự nhiên chẵn.

**Bài 14:** Cho tập  $A = \{1; 3; 5; 7; 9\}$ . Có bao nhiêu số tự nhiên gồm năm chữ số khác nhau sao cho

- a) Chữ số đầu tiên là 3
- b) Không bắt đầu bằng 13

**Bài 15:** Từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm năm chữ số đôi một khác nhau sao cho:

- a) Chữ số đầu tiên là 5 và chữ số tận cùng chia hết cho 5
- b) Một trong hai chữ số đầu tiên là 2 và số đó chia hết cho 5

**Bài 16:** Có bao nhiêu số tự nhiên gồm năm chữ số khác nhau và nhất thiết phải có mặt chữ số 5.

**Bài 17:** Từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có năm chữ số khác nhau đôi một sao cho hai số 1 và 6 không đứng cạnh nhau.

**Bài 18:** Có bao nhiêu số tự nhiên gồm năm chữ số sao cho tổng các chữ số của mỗi số là một số lẻ

**Bài 19:** Có bao nhiêu số tự nhiên gồm năm chữ số khác nhau mà trong năm chữ số đó có đúng ba chữ số chẵn và hai chữ số lẻ.

**Bài 20:** a) Có bao nhiêu số tự nhiên gồm sáu chữ số đôi một khác nhau, trong đó có mặt chữ số 0 nhưng không có mặt chữ số 1.

b) Có bao nhiêu số tự nhiên gồm bảy chữ số khác nhau sao cho chữ số 2 có mặt đúng hai lần, chữ số 3 có mặt đúng ba lần, các chữ số còn lại có mặt không quá một lần.

**Bài 21:** Có bao nhiêu số tự nhiên gồm tám chữ số từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6, trong đó, các chữ số 1 và 6 có mặt đúng hai lần còn các chữ số khác có mặt đúng một lần.

**Bài 22:** Có bao nhiêu số tự nhiên có 5 chữ số mà chữ số đứng sau lớn hơn chữ số liền trước.

**Bài 23:** Có bao nhiêu số tự nhiên gồm bảy chữ số trong đó chữ số 1 có mặt đúng bốn lần và ba chữ số còn lại là 2, 3, 4.

**Bài 24:** Từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 5 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có tám chữ số trong đó chữ số 5 có mặt ba lần còn các chữ số khác có mặt đúng một lần.

**Bài 25:** Có bao nhiêu số tự nhiên gồm bốn chữ số mà hai chữ số kề nhau phải khác nhau.

**Bài 26:** Xét những số gồm chín chữ số trong đó có năm chữ số 1 và bốn số còn lại là 2, 3, 4, 5. Hỏi có bao nhiêu số như thế nếu:

- a) Năm chữ số 1 đứng kề nhau
- b) Các chữ số được xếp tùy ý

**Bài 27:** Có bao nhiêu số tự nhiên gồm bảy chữ số tạo nên từ 0, 1, 2, 3, 4 mà chữ số 4 có mặt đúng ba lần còn các chữ số khác có mặt đúng một lần.

**Bài 28:** Có bao nhiêu số tự nhiên gồm chín chữ số khác nhau mà chữ số 9 đứng chính giữa.

**Bài 29:** Có 5 quyển sách toán, 4 quyển sách lý, 3 quyển sách hóa. Hỏi có bao nhiêu cách sắp xếp chúng lên một kệ sách dài, sao cho:

- a) Chúng nằm tùy ý
- b) Những sách cùng loại thì ở chung

**Bài 30:** Trong một kệ sách có 10 quyển sách. Hỏi có bao nhiêu cách sắp xếp sao cho:

- a) Quyển thứ nhất ở kề quyển thứ hai
- b) Quyển thứ nhất không ở kề quyển thứ hai.

- Bài 31:** Xếp ba viên bi đỏ bán kính khác nhau, 4 viên bi xanh giống nhau vào một dãy bảy ô trống.
- Có bao nhiêu cách xếp khác nhau
  - Có bao nhiêu cách xếp mà ba viên bi đỏ đứng cạnh nhau, ba viên bi xanh đứng cạnh nhau
- Bài 32:** Có bao nhiêu cách xếp 5 học sinh A, B, C, D, E vào một ghế dài sao cho:
- Bạn C ngồi chính giữa
  - Hai bạn A và E ở hai đầu ghế
- Bài 33:** Có bao nhiêu cách xếp 3 nữ sinh và 4 nam sinh thành một hàng sao cho:
- Cùng giới thì đứng cạnh nhau
  - Nam, nữ đứng xen kẽ
- Bài 34:** Có bao nhiêu cách xếp 10 bạn học sinh vào 10 ghế quanh một bàn tròn.
- Bài 35:** Có bao nhiêu cách xếp 6 nam và 6 nữ ngồi xen kẽ nhau quanh một bàn tròn.
- Bài 36:** Trong một phòng học có hai bàn dài, mỗi bàn có 5 ghế. Người ta muốn xếp chỗ ngồi cho 10 học sinh gồm 5 nam và 5 nữ. Hỏi có bao nhiêu cách xếp chỗ ngồi nếu:
- Các học sinh ngồi tùy ý
  - Học sinh cùng giới ngồi cùng bàn.
- Bài 37:** Một bàn dài có hai dãy ghế đối diện nhau, mỗi dãy gồm 4 ghế. Người ta muốn xếp chỗ ngồi cho 4 học sinh trường A và 4 học sinh trường B vào bàn nói trên. Hỏi có bao nhiêu cách xếp mà:
- Bất cứ hai học sinh nào ngồi cạnh nhau hoặc đối diện nhau thì khác trường
  - Hai học sinh ngồi đối diện thì khác trường.
- Bài 38:** Một đoàn tàu có 3 toa chở khách, đánh số I, II, III. Trên sân ga có 4 khách chuẩn bị đi tàu. Biết mỗi toa có ít nhất 4 chỗ trống. Hỏi:
- Có bao nhiêu cách xếp chỗ cho 4 vị khách lên 3 toa
  - Có bao nhiêu xếp chỗ cho 4 vị khách lên tàu để có 1 toa có 3 trong 4 vị khách nói trên.
- Bài 39:** Một bộ bài gồm 52 quân trong đó có 4 quân át.
- Có bao nhiêu cách rút 3 quân trong 52 quân
- Bài 40:** Một bộ bài gồm 52 quân. Hỏi có bao nhiêu cách rút ra từ bộ bài này 10 quân trong có 3 quân cơ, 3 quân rô, 4 quân bích.
- Bài 41:** Trong một hộp bánh trung thu có 6 cái bánh nhân thịt, 4 cái bánh nhân đậu. Có bao nhiêu cách lấy ra 6 cái bánh để phát cho các cháu thiếu nhi nếu:
- Lấy tùy ý các bánh trong hộp trên
  - Có đúng 4 loại bánh nhân thịt
- Bài 42:** Một hộp có 3 bi xanh, 4 bi đỏ và 5 bi vàng. Ta lấy ra từ đó 6 viên bi. Hỏi có bao nhiêu cách lấy khác nhau để có:
- 6 viên bi bất kỳ
  - Có đúng 2 bi xanh, 1 bi đỏ
- Bài 43:** Một học sinh có 7 cuốn sách toàn, 2 cuốn sách lý và 2 cuốn sách hóa. Mỗi buổi học bạn đó lấy ra 3 cuốn. Hỏi:
- Có bao nhiêu cách lấy sao cho mỗi loại có đúng một cuốn
  - Có bao nhiêu cách lấy sao cho mỗi lần lấy có đúng hai quyển toán
- Bài 44:** Có 8 viên bi xanh, 5 viên bi đỏ và 3 viên bi vàng. Hỏi có bao nhiêu cách chọn từ đó ra 4 viên bi nếu:
- Có đúng 2 viên bi xanh
  - Số bi xanh bằng số bi đỏ
- Bài 45:** Có 5 bi xanh, 4 bi trắng và 3 bi vàng. Có bao nhiêu cách lấy 6 viên bi có đúng 2 màu.
- Bài 46:** Có 15 chữ cái gồm 3 nguyên âm và 12 phụ âm. Có thể tạo ra bao nhiêu chữ (không cần có nghĩa) gồm 6 ký tự chứa:
- Đúng 2 nguyên âm
  - Có ít nhất một nguyên âm

**Bài 47:** Bảng chữ cái có 26 ký tự gồm 21 phụ âm và 5 nguyên âm. Hỏi có bao nhiêu chữ gồm 6 ký tự (không cần có nghĩa), trong đó có 3 nguyên âm và 3 phụ âm khác nhau sao cho:

- a) Chữ đó chứa chữ a và b
- b) Chữ đó bắt đầu bằng chữ a và kết thúc bằng 2 chữ b, c (không cần thứ tự)

**Bài 48:** Bảng chữ cái có 26 ký tự gồm 21 phụ âm và 5 nguyên âm.

a) Hỏi có bao nhiêu chữ gồm 6 ký tự (không cần có nghĩa), trong đó có 3 nguyên âm và 3 phụ âm khác nhau.

b) Có bao nhiêu chữ gồm 6 ký tự (không cần có nghĩa), trong đó có 3 nguyên âm và 3 phụ âm khác nhau bắt đầu bằng D và kết thúc bằng E

c) Có bao nhiêu chữ gồm 6 ký tự (không cần có nghĩa), trong đó có 3 nguyên âm và 3 phụ âm khác nhau chứa C, D, E.

**Bài 49:** Có 9 bi xanh, 5 bi đỏ và 4 bi vàng có kích thước khác nhau. Hỏi:

- a) Có bao nhiêu cách chọn ra 6 viên, trong đó có đúng 2 viên bi đỏ.
- b) Có bao nhiêu cách chọn ra 6 viên, trong đó số bi xanh bằng số bi đỏ.

**Bài 50:** Có 4 bi xanh, 5 bi đỏ và 6 bi vàng có kích thước khác nhau. Người ta chọn ra 4 viên bi. Hỏi có bao nhiêu cách để lấy ra số bi không có đủ số màu.

**Bài 51:** a) Biết tổng các hệ số trong khai triển  $F = (x^2 + 1)^n$  bằng 1024. Hãy tìm hệ số của  $x^{12}$  trong

khai triển  $F = (x^2 + 1)^n$

b) Tìm số hạng không chứa  $x$  trong khai triển nhị thức  $F = \left(x^3 + \frac{1}{x^3}\right)^{18}$

c) Tìm số hạng đứng chính giữa trong khai triển  $F = (3 - x)^{2010}$  và  $G = (1 - 3x)^{2009}$

d) Cho khai triển nhị thức  $(2^x + 2^{-x})^n$ . Biết rằng trong khai triển đó  $C_n^3 = 5C_n^1$  và số hạng thứ tư bằng  $10n$ . Tìm  $n$  và  $x$

e) Tìm hạng tử của khai triển  $(\sqrt{3} + \sqrt[3]{2})^9$  là một số nguyên?

**Bài 52:** Tính tổng

- a)  $S_1 = C_n^0 + C_n^1 + \dots + C_n^n$
- b)  $S_1 = C_n^0 - C_n^1 + \dots + (-1)^n C_n^n$
- c)  $S_3 = C_n^0 + 2C_n^1 + \dots + 2^n C_n^n$
- d)  $S_4 = 9^n C_n^0 + 9^{n-1} C_n^1 + \dots + 9^0 C_n^n$
- e)  $S_5 = C_{2n}^0 + C_{2n}^2 + C_{2n}^4 + \dots + C_{2n}^{2n}$
- f)  $S_6 = C_{2n}^1 + C_{2n}^3 + C_{2n}^5 + \dots + C_{2n}^{2n-1}$



## Vấn đề 3: Xác suất

### I. Kiến thức cần nắm

- +) Định nghĩa xác suất
- +) Các công thức tính xác suất
- +) Bảng phân bố xác suất của biến ngẫu nhiên rời rạc
- +) Các công thức tính  $E(X)$ ,  $V(X)$  và  $\sigma(X)$

### II. Các dạng toán cần luyện

- +) Tính xác suất
- +) Lập bảng phân bố xác suất của biến ngẫu nhiên, từ đó tính  $E(X)$ ,  $V(X)$  và  $\sigma(X)$

### III. Bài tập ôn

**Bài 1:** Chọn ngẫu nhiên một số tự nhiên không lớn hơn 100. Tính xác suất để được:

- a) Số được chọn là số nguyên tố
- b) Số được chọn là số chẵn
- c) Số được chọn chia hết cho 3

**Bài 2:** Chọn ngẫu nhiên 5 quân bài trong bộ bài tứ lơ khơ ta được một xấp bài. Tính xác suất để trong 5 quân đó:

- a) Có 4 quân át
- b) Có ít nhất một quân át
- c) Chứa hai bộ đôi

**Bài 3:** Ba quân bài rút ra từ 13 quân cùng chất rô (2 – 3 - .. – 10 – J – Q – K – A). Tính xác suất:

- a) Trong ba quân bài đó không có quân Q và K
- b) Trong ba quân bài đó có cả Q và K

**Bài 4:** Gieo một con xúc sắc cân đối và đồng chất. Tính xác suất của biến cố:

- a) A = “Xuất hiện mặt chẵn”
- b) B = “Xuất hiện mặt có số chấm chia hết cho 3”
- c) C = “Xuất hiện mặt có số chấm không nhỏ hơn 3”

**Bài 5:** Một hộp đựng 9 thẻ đánh số 1, 2, ..., 9. Rút ngẫu nhiên hai thẻ và nhân hai số ghi trên thẻ với nhau. Tính xác suất để:

- a) Tích nhận được là số chẵn
- b) Tích nhận được là số lẻ

**Bài 6:** Có ba bình A, B, C mỗi bình chứa ba quả cầu trắng, ba quả cầu xanh và ba quả cầu đỏ. Từ mỗi bình lấy ngẫu nhiên một quả cầu. Tính xác suất để:

- a) Ba quả cầu có màu đôi một khác nhau
- b) Ba quả cầu có màu giống nhau
- c) Hai quả có màu giống nhau, quả còn lại khác màu

**Bài 7:** Ba người cùng bắn vào một bia. Xác suất để người thứ nhất, thứ hai, thứ ba bắn trúng đích lần lượt là 0,3; 0,2 và 0,6. Tính xác suất để:

- a) Không ai bắn trúng bia
- b) Có đúng hai người bắn trúng bia
- c) Cả ba đều bắn trúng

**Bài 8:** Một chiếc máy có hai động cơ I và II hoạt động độc lập. Xác suất để động cơ I và II chạy tốt lần lượt là 0,8 và 0,7. Tính xác suất để:

- a) Cả hai động cơ đều chạy tốt
- b) Cả hai động cơ đều không chạy tốt
- c) Có ít nhất một động cơ chạy tốt

**Bài 9:** Gieo một con xúc sắc cân đối và đồng chất ba lần. Gọi  $X$  là số lần xuất hiện mặt 6 chấm.

- a) Lập bảng phân bố xác suất của  $X$
- b) Tính  $V(X)$  và  $\sigma(X)$

**Bài 10:** Một hộp có 7 viên bi đỏ và 3 viên bi xanh. Chọn ngẫu nhiên 3 viên bi. Gọi  $X$  là số viên bi xanh trong 3 bi được chọn ra.

- Lập bảng phân bố xác suất của  $X$
- Tính  $V(X)$  và  $\sigma(X)$

**Bài 11:** Chiều cao của 40 học sinh (đơn vị: cm) lớp 11 ở trường THPT NGT cho bởi mẫu số liệu

160	161	162	162	163	164	165	166	164	165	166
167	167	168	168	169	169	170	171	172	173	174
173	172	170	172	173	172	174	172	173	150	171
161	162	165	173	171	178	185				

Chọn ngẫu nhiên một học sinh từ 40 học sinh nói trên. Ký hiệu  $X$  là chiều cao của học sinh đó.

- Lập bảng phân bố xác suất của  $X$
- Tính  $E(X)$ ,  $V(X)$  và  $\sigma(X)$

## HÌNH HỌC

### Vấn đề 1: Các phép biến hình trong mặt phẳng

#### I. Kiến thức cần nắm

- +) Định nghĩa các phép dời hình và đồng dạng
- +) Biểu thức tọa độ (nếu có) của các phép dời hình và đồng dạng
- +) Bài toán dựng hình và bài toán quỹ tích

#### II. Các dạng toán cần luyện

- +) Xác định ảnh và chứng minh các tính chất hình học
- +) Tìm quỹ tích
- +) Dựng hình

#### III. Bài tập ôn

**Bài 1:** Cho đường tròn  $(O;R)$  và dây cung  $BC$  cố định.  $M$  là điểm di động trên đường tròn. Tìm tập hợp trục tâm  $H$  của tam giác  $MBC$ .

**Bài 2:** Cho hai đường tròn  $(O_1), (O_2)$  và đường thẳng  $(d)$  cố định. Tìm trên  $(O_1), (O_2)$  các điểm  $M, N$  sao cho  $(d)$  là trung trực đoạn  $MN$ .

**Bài 3:** Cho  $(d): x + y + 2 = 0$  và  $(C): (x-1)^2 + (y-2)^2 = 4$ . Giả sử  $f$  là một phép biến hình và

$$f : (d) \mapsto (d')$$

$$(C) \mapsto (C')$$

Lập phương trình  $(d')$  và  $(C')$  trong các trường hợp:

- a)  $f \equiv T_{\vec{u}}, \vec{u} = (-2; 3);$       b)  $f \equiv D_I, I = (1; -2)$       c)  $f \equiv D_{(\Delta)}, (\Delta): x - 2y + 1 = 0$   
 d)  $f \equiv Q_{O(0;0)}^{-90^\circ}$       e)  $f \equiv V_{A(-1;2)}^{-2}$

### Vấn đề 2: Đại cương về đường thẳng và mặt phẳng

#### I. Kiến thức cần nắm

- +) Các cách xác định giao tuyến của hai mặt phẳng
- +) Các cách xác định giao điểm của đường thẳng với mặt phẳng
- +) Cách xác định thiết diện
- +) Cách chứng minh ba điểm thẳng hàng và ba đường thẳng đồng quy

#### II. Các dạng toán cần luyện

- +) Xác định giao tuyến của hai mặt phẳng
- +) Xác định giao điểm của đường thẳng với mặt phẳng
- +) Xác định thiết diện
- +) Chứng minh ba điểm thẳng hàng và ba đường thẳng đồng quy

#### III. Bài tập ôn

**Bài 1:** Cho hình chóp  $S.ABCD$ , đáy là hình bình hành. Gọi  $G_1, G_2$  lần lượt là trọng tâm các tam giác  $SAD, SBC$ . Tìm giao tuyến của các cặp mặt phẳng

- a)  $(SG_1G_2)$  và  $(ABCD)$       b)  $(CDG_1G_2)$  và  $(SAB)$       c)  $(ADG_2)$  và  $(SBC)$

**Bài 2:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  đáy là hình thang đáy lớn  $AB$ . Trên  $SD$  lấy một điểm  $I$ . Tìm giao tuyến của  $(IBC)$  với hai mặt  $(SAC)$  và  $(SAD)$

**Bài 3:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  đáy là hình thang đáy lớn  $AB$ . Gọi  $N, P$  lần lượt là trung điểm của  $SA, SB$ .  $M$  là điểm trên  $SD$ . Xác định giao điểm của:

- a)  $MN$  và  $(SBC)$       b)  $SC$  và  $(MNP)$

**Bài 4:** Cho tứ diện  $ABCD$ . Lấy điểm  $M$  trên  $AC$  và hai điểm  $N, K$  thứ tự nằm ở miền trong tam giác  $BCD$  và  $ACD$ . Xác định giao điểm của  $CD$  và  $AD$  với  $(MNK)$

**Bài 5:** Cho hình bình hành  $ABCD$  và điểm  $S$  không thuộc  $(ABCD)$ . Gọi  $M$  là trung điểm  $SD$ .

- Tìm giao điểm  $I$  của  $BM$  với  $(SAC)$
- Tìm giao điểm  $E$  của  $SA$  với  $(BCM)$
- Chứng minh  $BI = 2IM$

**Bài 6 :** Cho hình chóp  $S.ABCD$ , đáy là hình thang, đáy lớn  $AB$ . Trên  $SA, SB$  lần lượt lấy các điểm  $M, N$  sao cho  $MN$  không song song với  $AB$ . Gọi  $O = AC \cap BD$ .

- Tìm giao điểm của  $AB$  với  $(MNO)$
- Tìm giao tuyến của  $(MNO)$  với  $(SBC)$  và  $(SAD)$
- Gọi  $K$  là giao điểm của hai giao tuyến trên,  $E = AD \cap BC$ . CM:  $S, K, E$  thẳng hàng

**Bài 7:** Cho tứ diện  $ABCD$ . Gọi  $E, F, G$  là ba điểm lần lượt trên ba cạnh  $AB, AC, BD$  sao cho  $EF$  cắt  $BC$  tại  $I$ ;  $EG$  cắt  $AD$  tại  $H$ . Chứng minh  $CD, IG, HF$  đồng quy.

**Bài 8:** Cho hình chóp  $S.ABCD$ . Gọi  $M$  là điểm thuộc miền trong tam giác  $SCD$ . Xác định thiết diện của hình chóp cắt bởi mặt phẳng  $(ADM)$

**Bài 9:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình bình hành. Gọi  $M, N, P$  lần lượt là trung điểm của các cạnh của  $SA, BC, CD$ . Xác định thiết diện của hình chóp  $S.ABCD$ ;  $S.ABD$ ;  $S.ABC$  cắt bởi mp  $(MNP)$

### Vấn đề 3: Hai đường thẳng song song Đường thẳng song song với mặt phẳng

#### I. Kiến thức cần nắm

- +) Cách chứng minh hai đường thẳng song song
- +) Cách chứng minh đường thẳng song song với mặt phẳng
- +) Cách xác định thiết diện

#### II. Các dạng toán cần luyện

- +) Chứng minh hai đường thẳng song song
- +) Chứng minh đường thẳng song song với mặt phẳng
- +) Xác định thiết diện

#### III. Bài tập ôn

**Bài 1:** Cho tứ diện  $ABCD$ . Gọi  $I, J$  lần lượt là trọng tâm các tam giác  $ABC$  và  $ABD$ . Chứng minh rằng  $IJ \parallel CD$ .

**Bài 2:** Cho hai hình bình hành  $ABCD$  và  $ABEF$  chứa trong hai mặt phẳng khác nhau. Trên các đường chéo  $AC, BF$  lần lượt lấy hai điểm  $M, N$  sao cho  $\frac{AM}{AC} = \frac{BN}{BF} = \frac{1}{3}$ . Cm:  $MN \parallel DE$

**Bài 3:** Cho hình chóp  $S.ABCD$ . Gọi  $M$  là điểm trên cạnh  $AB$ ;  $(\alpha)$  là mặt phẳng qua  $M$  và song song với  $SA$  và  $BC$ . Tìm giao tuyến của  $(\alpha)$  với các mặt  $(SAB), (ABCD), (SBC)$ .

**Bài 4:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình vuông cạnh  $2a$ ,  $\Delta ABS$  vuông tại  $A$ ,  $SA = a$ . Trên  $BC, AD$  và  $SD$  lần lượt lấy  $M, N, P$  sao cho  $\frac{BM}{BC} = \frac{AN}{AD} = \frac{SP}{SD}$ .

- Tìm giao tuyến của  $(MNP)$  và  $(SDC)$
- $Q = SC \cap (MNP)$ . Tứ giác  $MNPQ$  là hình gì? Tính diện tích  $MNPQ$  theo  $a$  và  $x = BM$ .
- Tìm quỹ tích giao điểm  $I$  của  $MQ$  và  $NP$
- Chứng minh  $SB \parallel MQ$

**Bài 5:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình thang với các cạnh đáy  $AB$ . Gọi  $I, J$  lần lượt là trung điểm của  $AD$  và  $BC$ ;  $G$  là trọng tâm của tam giác  $SAB$ .

- Tìm giao tuyến của  $(SAB)$  và  $(IJG)$
- Xác định thiết diện của hình chóp cắt bởi  $(IJG)$ . Thiết diện là hình gì?

**Bài 6:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình bình hành. Trên  $SA, SB$  và  $AD$  lần lượt lấy  $M, N, K$  sao cho  $\frac{SM}{SA} = \frac{SN}{SB} = \frac{DK}{AD}$ . CMR:  $MN \parallel (ABCD), SD \parallel (MNK)$  và  $NK \parallel (SCD)$ .

**Bài 7:** Cho hình chóp  $S.ABCD$ , gọi  $M, N$  lần lượt là hai điểm trên  $AB$  và  $CD$ .  $(\alpha)$  là mặt phẳng qua  $MN$  và song song với  $SA$ .

- Xác định giao tuyến của  $(\alpha)$  với các mặt  $(SAB)$  và  $(SAC)$
- Xác định thiết diện của hình chóp cắt bởi mp  $(\alpha)$

**Bài 8 :** Cho hình chóp  $S.ABCD$  đáy là hình thoi cạnh  $a$ ;  $SA = SB = a, SC = SD = a\sqrt{3}$ . Gọi  $E, F$  lần lượt là trung điểm của các cạnh  $SA, SB$ ;  $M$  là điểm trên cạnh  $BC$ .

- Xác định thiết diện của hình chóp cắt bởi  $(MEF)$
- Đặt  $BM = x (0 \leq x \leq a)$ . Tính  $FM$  và diện tích thiết diện theo  $a$  và  $x$ .

### ĐỀ TỰ LUYỆN (thời gian 90 phút)

**Câu 1:** a) Tìm tập xác định của hàm số  $y = \frac{\cos x}{\cos^2 x + \cos x + \sin^2 x}$

b) Tìm GTNN, GTLN của hàm  $y = \frac{2 \sin x - 3 \cos x + 4}{\cos x + 2}$

c) Giải các phương trình sau :

$$\cos x(\sqrt{3} + \sin 2x) = \cos 2x(2 + \sin x) \quad (1) \quad \cos 3x - \cos 5x = \sin 2x \quad (2)$$

$$\sin 2x - \sqrt{3} \cos 2x = -\sqrt{2} \quad (3)$$

**Câu 2:** Một lớp có 40 học sinh gồm 25 nam và 15 nữ. Có bao nhiêu cách chọn 4 học sinh sao cho :

- Có hai nam và hai nữ
- Phải có ít nhất một nữ

**Câu 3:** Từ cỗ bài tú lơ khơ 52 con, chọn ngẫu nhiên cùng lúc 4 con

a) Tính xác suất để trong 4 quân bài được chọn có ít nhất một quân K hoặc có ít nhất một quân át.

b) Gọi  $X$  là số quân át trong 4 quân được chọn. Lập bảng phân bố xác suất của biến ngẫu nhiên  $X$ . Từ đó tính kỳ vọng, phương sai và độ lệch chuẩn của  $X$

**Câu 4:** Tìm số hạng không chứa  $x$  trong khai triển  $F = \left(x^2 + \frac{1}{x}\right)^{12}$

**Câu 5:** Trong mp  $(Oxy)$  cho  $(d): 3x - 4y - 1 = 0$  và  $(C): x^2 + y^2 + 12x + 16y + 51 = 0$ . Tìm ảnh của  $(d)$  và  $(C)$  qua phép đối xứng tâm  $I(3; -2)$

**Câu 6:** Cho hình chóp  $S.ABCD$ , đáy là hình bình hành tâm  $O$ ;  $AB = 2a, BC = a$ . Tam giác  $SAB$  vuông tại  $A$ ;  $\widehat{B} = 30^\circ$ .

- Tìm giao tuyến của  $(SAC)$  và  $(SBD)$ ;  $(SAD)$  và  $(SBC)$
- Điểm  $N$  thuộc cạnh  $SA$ . Tìm giao điểm của  $CN$  và  $(SBD)$
- Gọi  $G_1, G_2$  lần lượt là trọng tâm tam giác  $SBC$  và  $SBD$ . CMR:  $G_1G_2 \parallel (ABCD)$

d) Điểm  $M$  thuộc đoạn  $AD$  với  $AM = x (0 < x < a)$ . Mp  $(P)$  qua  $M$  song song với  $SA$  và  $CD$ . Xác định thiết diện của hình chóp cắt bởi  $(P)$ . Tính diện tích của thiết diện đó. Định  $x$  để diện tích thiết diện lớn nhất.

« Gạo đem vào giã bao đau đớn  
Gạo giã xong rồi trắng tựa bông  
Sống ở trên đời người cũng vậy  
Giàu nản rồi luyện mới thành công »